全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

导学案

高中数学

选择性必修第二册 BS

数智教辅

索取二维码
贴此处
激活享受服务

AI时代就该用AI学习
遇到问题快扫我

天津出版传媒集团
天津人民出版社

目录 Contents

01 第一章　数列
PART ONE

02 第二章　导数及其应用

PART TWO

导学案 LEARN

第一章　数列

§1　数列的概念及其函数特性

1.1　数列的概念

【学习目标】

了解数列的概念和表示方法(列表、图象、通项公式).

课前预习　知识导学　素养初识

◆ **知识点一　数列及其有关概念**

1. 数列

按一定________排列的一列数叫作数列.

2. 数列的项

数列中的________叫作这个数列的项.数列的一般形式可以写成 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots$ 或简记为________,其中 a_1 是数列的第 1 项,也叫数列的________;a_n 是数列的第 n 项,也叫数列的________.

3. 数列按项的个数分类

有穷数列:项数________的数列.

无穷数列:项数________的数列.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)某同学从 6 岁到 18 岁,每年在生日那天测量体重,依次排成一列数,可以构成数列.　(　　)

(2)数列 $1,2,3,4,\cdots,2n$ 是无穷数列.　(　　)

(3) 1,1,1,1 是一个数列.　(　　)

◆ **知识点二　数列的通项公式**

1. 定义:如果数列$\{a_n\}$的第 n 项 a_n 与________之间的函数关系可以用一个式子表示成__________,那么这个式子就叫作这个数列的________.

2. 作用:①求数列的任意一项;②检验某数是否是该数列中的一项.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1) 数列 $1,3,5,7,\cdots$ 的第 10 项是 21.　(　　)

(2)在数列$\{a_n\}$中,若 $a_{n+1}=2a_n,n\in\mathbf{N}^*$,则 $a_2=2a_1$.　(　　)

(3) 每一个数列都能写出通项公式.　(　　)

课中探究　考点探究　素养小结

◆ **探究点一　数列的概念与分类**

例 1 (1)下列有关数列的说法中正确的是　(　　)

A. 同一个数列的任意两项均不可能相同

B. 数列$-1,0,1$与数列$1,0,-1$是同一个数列

C. 数列 1,3,5,7 可表示为$\{1,3,5,7\}$

D. 数列中的每一项都与它的序号有关

(2)已知下列数列:

①0,0,0,0,0,0;

②$0,-1,2,-3,4,-5,\cdots$;

③$0,\frac{1}{2},\frac{2}{3},\cdots,\frac{n-1}{n},\cdots$;

④$1,0.2,0.2^2,0.2^3,\cdots$;

⑤$0,-1,0,\cdots,\cos\frac{n\pi}{2},\cdots$.

其中,________是有穷数列,________是无穷数列(填序号).

变式 (多选题)下列结论中正确的是　(　　)

A. 数列 1,2,3,4 和数列 1,3,4,2 是相同的数列

B. 数列可以看作是一个定义在正整数集(或它的有限子集$\{1,2,3,\cdots,n\}$)上的函数

C. 数列的图象是一系列孤立的点

D. 数列的项数是无限的

[素养小结]

1. 判断给出的数列是有穷数列还是无穷数列,只需考察该数列的项数是有限的还是无限的.若数列的项数有限,则是有穷数列,否则为无穷数列.

2. 数列 $1,2,\cdots,n$ 是有穷数列,数列 $1,2,\cdots,n,\cdots$ 是无穷数列.

3. 注意数列与集合的表示有本质的区别:数列有序而集合无序,数列的项可以重复而集合不能有重复元素.

◆ **探究点二　求数列的通项公式**

例 2　若数列$\{a_n\}$的前五项分别为$\frac{1}{2}$,$\frac{3}{4}$,$\frac{5}{8}$,$\frac{7}{16}$,$\frac{9}{32}$,则$\{a_n\}$的通项公式可能是　　(　　)

A. $a_n=\frac{2n+1}{2^n}$　　B. $a_n=\frac{2n-1}{2n}$

C. $a_n=\frac{2n-1}{2^n}$　　D. $a_n=\frac{2n-1}{n+2}$

变式　(1)数列1,$\frac{2}{3}$,$\frac{3}{5}$,$\frac{4}{7}$,$\frac{5}{9}$,…的一个通项公式是　　(　　)

A. $a_n=\frac{n}{2n+1}$　　B. $a_n=\frac{n}{2n-1}$

C. $a_n=\frac{n}{2n-3}$　　D. $a_n=\frac{n}{2n+3}$

(2)数列-1,$\frac{1}{2}$,$-\frac{1}{3}$,$\frac{1}{4}$,$-\frac{1}{5}$,…的一个通项公式是________.

[素养小结]

根据数列的前几项求其通项公式的解题思路

(1)先统一项的结构,如都化成分数,根式等.

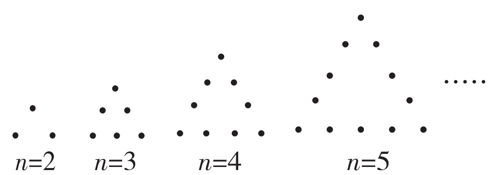
(2)分析结构中变化的部分与不变的部分,探索变化部分的规律与对应序号间的函数解析式.

(3)对于正负交替出现的情况,可先观察其绝对值,再用$(-1)^n$或$(-1)^{n+1}$处理符号.

(4)对于周期数列,可考虑拆成几个简单数列之和的形式,或者利用周期函数,如三角函数等.

(5)对于选择题,一般可以对n赋值,然后逐一排除.

拓展　如图所示,将若干个点摆成三角形图案,每条边(包括两个端点)有$n(n\geqslant 2,n\in \mathbf{N}^*)$个点,相应的图案中总的点数记为$a_n$,则$a_n=$________.



1.2　数列的函数特性

【学习目标】

了解数列是一种特殊函数.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ **知识点　数列的单调性**

一般地,一个数列$\{a_n\}$,如果从第2项起,每一项都________它的前一项,即________,那么这个数列叫作________数列.如果从第2项起,每一项都________它的前一项,即________,那么这个数列叫作________数列.如果数列$\{a_n\}$的各项都________,那么这个数列叫作________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)通项公式为$a_n=\frac{1}{n}$的数列$\{a_n\}$是递减数列.　　(　　)

(2)数列3,1,3,5,7,9是递增数列.　　(　　)

(3)一个数列不是递增数列,就是递减数列.　　(　　)

(4)把数列看作函数时,它的定义域是正整数集.　　(　　)

(5)通项公式为$a_n=2n-1$的数列$\{a_n\}$与函数$y=2x-1$的图象相同.　　(　　)

◆ 探究点一 数列与函数的关系

例1 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{2}{2n-9}$，$n\in\mathbf{N}^*$，画出该数列的图象.

变式 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=n^2-8n+5$.

(1)写出这个数列的前5项,并作出它们的图象;

(2)这个数列中有没有最小项?

[素养小结]

一般而言,数列是一种特殊的函数.数列$\{a_n\}$是从正整数集$\mathbf{N}^*$(或它的有限子集$\{1,2,\cdots,n\}$)到实数集$\mathbf{R}$的函数,其自变量是序号n,对应的函数值是数列的第n项a_n,记为$a_n=f(n)$,其图象由一群孤立的点组成.

◆ 探究点二 数列的单调性

例2 (1)若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=3n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则数列$\{a_n\}$是 ( )

A. 递增数列 B. 递减数列

C. 常数列 D. 摆动数列

(2)已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=\frac{3n-1}{2n}$，试判断数列$\{a_n\}$的增减性.

变式 已知数列$\{a_n\}$是递增数列,且其通项公式为$a_n=n^2+\lambda n(n\in\mathbf{N}^*)$,则实数$\lambda$的取值范围是 ( )

A. $\left(-\frac{7}{2},+\infty\right)$ B. $[0,+\infty)$

C. $[-2,+\infty)$ D. $(-3,+\infty)$

[素养小结]

由于数列是特殊的函数,所以可以用研究函数的思想方法来研究数列的相关单调性,要注意数列的定义域为正整数集或其有限子集$\{1,2,\cdots,n\}$这一条件.

◆ 探究点三 数列的最大(小)项

例3 在数列$\{a_n\}$中，$a_n=1+\frac{1}{2n-9}(n\in\mathbf{N}^*)$，求数列$\{a_n\}$的最大项和最小项.

变式 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n^2-5n+4(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)数列$\{a_n\}$中有多少项是负数?

(2)求数列$\{a_n\}$的最小项.

[素养小结]

求数列$\{a_n\}$的最大项和最小项,一种方法是利用函数的最值法;另一种方法是利用不等式法,即求最小项可由$\begin{cases}a_n\leqslant a_{n+1},\\a_n\leqslant a_{n-1}\end{cases}$来确定$n$,求最大项可由$\begin{cases}a_n\geqslant a_{n+1},\\a_n\geqslant a_{n-1}\end{cases}$来确定$n$.若数列是单调的,也可由单调性来确定最大项或最小项,若数列的项是正负交替出现的,求最大项(或最小项),应在其正(或负)项中找.

拓展 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=(n+1)\left(\frac{2023}{2024}\right)^n$,则当$a_n$取得最大值时,$n$的值为________.

§2 等差数列

2.1 等差数列的概念及其通项公式

第1课时 等差数列的概念及其通项公式

【学习目标】

理解等差数列的概念和通项公式的意义.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ **知识点一 等差数列的有关概念与表示**

1. 等差数列与公差:对于一个数列,如果从第2项起,每一项与它的前一项的差都是同一个常数,那么称这样的数列为________数列,称这个常数为等差数列的________,通常用字母d表示.

2. 等差数列的递推公式:____________(d为常数,$n\in\mathbf{N}^*$).

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)数列16,32,48,64,80,96,112,128,…,320为等差数列. ( )

(2)若一个数列从第2项起,每一项与它的前一项的差都是常数,则这个数列一定是等差数列. ( )

◆ **知识点二 等差数列的通项公式及应用**

通项公式:若首项是a_1,公差是d,则等差数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$____________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若数列$\{a_n\}$满足$a_n=kn+b(n\in\mathbf{N}^*$,且$k,b$为常数),则数列$\{a_n\}$一定是等差数列. ( )

(2)若数列$\{a_n\}$满足$a_n=n^2,n\in\mathbf{N}^*$,则数列$\{a_n\}$是等差数列. ( )

(3)在等差数列$\{a_n\}$中,$a_n=3n+2,n\in\mathbf{N}^*$,则等差数列$\{a_n\}$的公差是3. ( )

课中探究 考点探究 素养小结

◆ **探究点一 等差数列的概念**

例1 (1)下列数列中不是等差数列的是 ( )

A. 0,0,0,…,0,…

B. $-2,-1,0,\cdots,n-3,\cdots$

C. $1,3,5,\cdots,2n-1,\cdots$

D. $0,1,3,\cdots,\frac{n^2-n}{2},\cdots$

(2)(多选题)下列数列中,是等差数列的是 ( )

A. 1,4,7,10

B. lg 2,lg 4,lg 8,lg 16

C. $2^5,2^4,2^3,2^2$

D. 通项公式为$a_n=\begin{cases}1,n=1,\\n+1,n\geqslant 2\end{cases}$的数列$\{a_n\}$

[素养小结]
判断一个数列是不是等差数列,就是判断该数列从第2项起每一项与前一项的差是否为同一个常数,即验证 $a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}_+)$ 是不是一个与 n 无关的常数.

◆ 探究点二　等差数列的通项公式

例2 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $a_5=10$, $a_{12}=31$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $a_n=13$,求 n 的值.

变式 (1)已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_4=2$, $a_7=-4$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 (　　)

A. $a_n=-2n+10$　　B. $a_n=-2n+5$

C. $a_n=-\frac{1}{2}n+10$　　D. $a_n=-\frac{1}{2}n+5$

(2)已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为1,公差为2的等差数列,若 $a_m=m+7$,则 $m=$________.

[素养小结]
等差数列的通项公式及其应用

(1)已知 a_n,a_1,n,d 中的任意三个量,可求出第四个量.

(2)由等差数列的通项公式可以求出该数列中的任意项,也可以判断某一个数是不是该数列中的项.

(3)根据等差数列的两个已知条件建立关于"基本量" a_1 和 d 的方程组,求出 a_1 和 d,从而确定通项公式,求得所要求的项.

◆ 探究点三　等差数列的判定和证明

例3 判断下列数列是否为等差数列.

(1)在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n=3n+2$, $n\in\mathbf{N}^*$;

(2)在数列 $\{b_n\}$ 中, $b_n=n^2+n$, $n\in\mathbf{N}^*$;

(3)数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_1=c_2=1$, $c_n=c_{n-1}+2(n\geqslant 3)$.

变式 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=pn+q$,其中 p,q 是常数,且 $p\neq 0$,判断数列 $\{a_n\}$ 是否是等差数列.

[素养小结]
要判断数列 $\{a_n\}$ 是否为等差数列可以用定义法,也可以直接看通项公式是否为 $a_n=kn+b(k,b$ 为常数, $n\in\mathbf{N}^*)$ 的形式,若符合该形式,则该数列为等差数列,否则不是等差数列.

拓展 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$, $a_n\cdot a_{n-1}=2\cdot a_{n-1}-1$, $n\geqslant 2$.

(1)求 a_2,a_3,a_4;

(2)证明数列 $\left\{\frac{1}{a_n-1}\right\}$ 是等差数列,并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

第 2 课时　等差数列的性质及实际应用

【学习目标】

体会等差数列与一元一次函数的关系.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　等差中项

如果在 a 与 b 之间插入一个数 A，使 a,A,b 成等差数列，那么 A 叫作 a 与 b 的________，并且 $A=\frac{a+b}{2}$.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若 $2b=a+c$，则 c,b,a 三个数成等差数列.　(　　)

(2)任意两个实数都存在等差中项.　(　　)

◆ 知识点二　等差数列的性质

1. 等差数列所有项的性质：

(1)若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，则 $\{c+a_n\}$(c 为任意常数)是公差为________的等差数列；

(2)若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，则 $\{c\cdot a_n\}$(c 为任意常数)是公差为________的等差数列；

(3)若数列 $\{a_n\}$，数列 $\{b_n\}$ 分别是公差为 d_1,d_2 的等差数列，且它们的项数相同，则数列 $\{pa_n+qb_n\}$(p,q 为任意常数)是公差为__________的等差数列.

2. 等差数列部分项的性质

(1)若 $m+n=p+q=2k(m,n,p,q,k\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q=2a_k$；

(2)在等差数列中，下标成等差数列的项仍是等差数列.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2+a_4=a_6$.　(　　)

(2)若等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则数列 $\{a_n+3\}$ 的公差为 $d+3$.　(　　)

(3)若数列 $a_1,a_2,a_3,a_4,\cdots$ 是等差数列，则数列 $a_1,a_3,a_5,\cdots$ 也是等差数列.　(　　)

◆ 知识点三　从函数的角度研究等差数列

1. 图象：等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式可写成 $a_n=dn+(a_1-d)$. 点 (n,a_n) 分布在一条以 d 为斜率的直线上，是这条直线上一列________.

2. 等差数列单调性：在等差数列 $\{a_n\}$ 中，当______时，数列 $\{a_n\}$ 是______数列；当______时，数列 $\{a_n\}$ 是______数列；当______时，数列 $\{a_n\}$ 是______数列.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)等差数列 $\{a_n\}$ 的单调性是由公差 d 决定的.(　　)

(2)若函数 $y=f(x)$ 是一次函数，且该函数的图象过第二、四象限，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=f(n)$，则数列 $\{a_n\}$ 是递减的等差数列.　(　　)

课中探究　考点探究　素养小结

◆ 探究点一　等差中项

例 1 (1)在等差数列中，若 a 是 2 和 6 的等差中项，则 $a=$________.

(2)在 3 与 15 之间插入 3 个数，使这 5 个数成等差数列，则插入的 3 个数之和为　(　　)

A. 21　　B. 24

C. 27　　D. 30

变式 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n-1}+a_{n+1}=2a_n(n\geqslant 2)$，且 $a_2=5,a_5=13$，则 $a_8=$________.

[素养小结]

实数 a,b,c 成等差数列的条件是 $b=\frac{a+c}{2}$(或 $2b=a+c$)，该条件可用来进行等差数列的判定或求解有关等差中项的问题. 如要证明数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，可通过证明对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，都有 $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$ 来实现.

◆ 探究点二　等差数列的性质

例 2 (1)在等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_3+a_9=12$，$a_2=4$，则 $a_{10}=$　(　　)

A. 4　　B. 8　　C. 3　　D. 6

(2)在等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_3+a_8=10$，则 $3a_5+a_7=$________.

变式 (1)已知等差数列$\{a_n\}$中,a_5,a_{15}是函数$f(x)=x^2-3x-2$的两个零点,则$a_3+a_8+a_{12}+a_{17}=$ ( )

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 6

(2)在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_1+a_4+a_7=39$,$a_2+a_5+a_8=33$,则$a_3+a_6+a_9=$________.

[素养小结]

解决等差数列运算问题的一般方法:一是灵活运用等差数列的性质;二是利用等差数列的通项公式,转化为等差数列的首项与公差的函数关系求解.这些方法都运用了整体代换与方程的思想.

拓展 [2024·贵州铜仁高二期末] 在等差数列$\{a_n\}$中,$m,n,p,q\in\mathbf{N}^*$,则"$a_m+a_n=a_p+a_q$"是"$m+n=p+q$"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

◆ 探究点三　等差数列与一次函数的关系

例3 (1)已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,点$P(a_n,a_{n+1})$是函数$y=x+\frac{1}{2}$图象上的点,则$a_9=$ ( )

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

(2)[2024·江苏淮安高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=5$,$a_1+a_4=8$.

①求数列$\{a_n\}$的通项公式;

②画出数列$\{a_n\}$的图象;

③判断数列$\{a_n\}$的增减性.

变式 (1)已知等差数列$\{a_n\}$的各项均为正整数,且$a_9=2020$,则a_1的最小值是________.

(2)已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=16$,公差$d=-\frac{3}{4}$.

①等差数列$\{a_n\}$从第几项开始出现负数?

②当n为何值时,$|a_n|$最小?

[素养小结]

根据等差数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=a_1+(n-1)d=dn+(a_1-d)$,可知数列$\{a_n\}$为等差数列$\Leftrightarrow a_n=pn+q$($p,q$为常数).此结论可用来判断数列$\{a_n\}$是否为等差数列,也揭示了等差数列的函数本质.

◆ 探究点四　等差数列的实际应用

例4 假设体育场一角看台的座位从第2排起每一排都比前一排多相等数量的座位.若第3排有10个座位,第9排有28个座位,则第12排有多少个座位?

变式 (1)某著作中有这样一个问题:冬至、小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种这十二个节气,自冬至当日起,其最短日影长依次成等差数列,已知立春当日的最短日影长为9.5尺,春分当日的最短日影长为6尺,则立夏当日的最短日影长为 ( )

A. 16.5尺　　B. 13尺

C. 3.5尺　　D. 2.5尺

(2)把 100 个面包依次分给按一定顺序排列的 5 个人,使每人所得面包的个数成等差数列,且较多的三份面包的个数之和的$\frac{1}{3}$是较少的两份面包个数之和,则最少的一份面包的个数为________.

[素养小结]

求解等差数列实际应用问题的关键是认真审题,挖掘出“等差”变化的含义,并进一步明确首项、公差、项数等基本量.

2.2 等差数列的前 n 项和

第 1 课时 等差数列的前 n 项和

【学习目标】

1. 探索并掌握等差数列的前 n 项和公式.
2. 理解等差数列的通项公式与前 n 项和公式的关系.

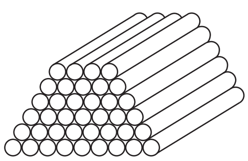
课前预习

知识导学 素养初识

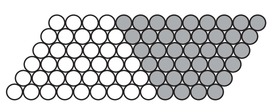
◆ 知识点一 倒序相加法

如果在一个数列$\{a_n\}$中,与首末项等“距离”的两项之和等于首末两项之和,那么求和时可采用把正着写与倒着写的两个和式相加,这样就得到了一个常数列的和,进而求得数列$\{a_n\}$的前 n 项和,这一求和方法称为____________.

【诊断分析】如图①所示,某仓库堆放了一堆钢管,最上面的一层有 4 根钢管,下面的每一层都比上一层多一根钢管,最下面的一层有 9 根钢管,共有 6 层.



①



②

(1)假设在这堆钢管旁边倒放上同样的一堆钢管,其截面如图②所示,则这样共有________根钢管.

(2)原来有________根钢管.

◆ 知识点二 等差数列的前 n 项和公式

1. 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式

$S_n=$____________$=$________$+\frac{n(n-1)}{2}d$.

两个公式的关系:把 $a_n=a_1+(n-1)d$ 代入 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$中,就可以得到 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$.

2. 等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n$;数列$\{a_n\}$是等差数列$\Leftrightarrow S_n=An^2+Bn$($A$,$B$ 为常数且 $A\neq0$).

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,则 S_n 与 a_n 不可能相等. ( )

(2)$S_n=2n^2+3n-1$ 是某个等差数列的前 n 项和. ( )

◆ 知识点三 S_n 与 a_n 的关系

$$a_n=\begin{cases}S_1, n=1,\\ S_n-S_{n-1}, n\geqslant2.\end{cases}$$

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 等差数列的前 n 项和的基本运算

例 1 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,前 n 项和为 S_n.

(1)若 $S_8=48$,$S_{12}=168$,求 a_1 和 d;

(2)若 $a_1=-2$, $a_2+a_6=2$,求 S_{10};

(3)若 $a_1=\frac{3}{2}$,$d=-\frac{1}{2}$,$S_n=-15$,求 n 和 a_{12}.

变式 已知数列$\{a_n\}$是公差为d的无穷等差数列,其前n项和为S_n,且$d=-4$,$S_5=40$,问:是否存在大于1的正整数k,使得$S_k=S_1$?若存在,求k的值;若不存在,说明理由.

[素养小结]

在等差数列的五个基本量a_1,a_n,d,n,S_n中,已知三个可求其余两个.求解时,通常先建立关于a_1与d的方程组,解出a_1与d后,再求其他量.

◆ 探究点二 S_n与a_n的关系

例2 已知S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,且$S_n=2n^2-30n$.

(1)求a_1及数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)判断数列$\{a_n\}$是否为等差数列,并说明理由.

变式 (1)[2024·天津耀华中学高二期末]已知$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2-4n+1$,则$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|$的值为 ( )

A. 65 B. 67 C. 61 D. 56

(2)已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2-3n+1$.

①求$\{a_n\}$的通项公式;

②判断数列$\{a_n\}$是否为等差数列,并说明理由.

[素养小结]

若S_n是关于n的二次函数,且不含常数项,则由S_n可求得a_n,数列$\{a_n\}$是等差数列;否则$a_n=\begin{cases}S_1, n=1,\\ S_n-S_{n-1}, n\geqslant 2,\end{cases}$数列$\{a_n\}$不是等差数列.

第2课时 等差数列的前n项和的性质

【学习目标】

1. 掌握等差数列前n项和的性质.
2. 能利用等差数列前n项和的函数性质求前n项和的最值.
3. 能在具体的问题情境中,发现数列的等差关系,并解决相应的问题.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ 知识点一 等差数列的前n项和的性质

1. 若数列$\{a_n\}$是等差数列,S_n是其前n项的和,$k\in\mathbf{N}^*$,那么________,________,________成等差数列,如图所示.

$$\overbrace{\underbrace{a_1+a_2+\cdots+a_k}_{S_k}+\underbrace{a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{2k}}_{S_{2k}-S_k}+\underbrace{a_{2k+1}+a_{2k+2}+\cdots+a_{3k}}_{S_{3k}-S_{2k}}}^{S_{3k}}$$

2. 若S_n,T_n分别为等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和,那么$\dfrac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}=\dfrac{a_n}{b_n}$.

3. 若数列$\{a_n\}$是等差数列,S_n是其前n项的和,则数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$也是等差数列.

4. 设数列$\{a_n\}$是公差为d的等差数列,$S_{奇}$是前n项中奇数项的和,$S_{偶}$是前n项中偶数项的和,则数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=S_{奇}+S_{偶}$,当等差数

列的项数 n 为奇数时，中间一项记为 $a_{中}$，有如下性质：

(1)当 n 为偶数时，$S_{偶}-S_{奇}=$________；

(2)当 n 为奇数时，则 $S_{奇}-S_{偶}=$________，$S_{奇}=$________，$S_{偶}=$________，$\frac{S_{奇}}{S_{偶}}=$________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若$\{a_n\}$是等差数列，则 $a_1+a_2, a_3+a_4, a_5+a_6$ 也是等差数列. ( )

(2)若等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则 S_3, S_6, S_9 成等差数列. ( )

◆ 知识点二 等差数列的前 n 项和的最值

1. 从二次函数的角度理解等差数列的前 n 项和公式：

公式 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}$ 可化成关于 n 的表达式：$S_n=$____________. 当 $d\neq 0$ 时，S_n 关于 n 的表达式是一个常数项为零的二次函数关系式，即点(n,S_n)在其相应的________函数的图象上，这说明等差数列的前 n 项和公式是关于 n 的二次函数，它的图象是抛物线 $y=\frac{d}{2}x^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)x$ 上横坐标为正整数的一群孤立的点.

2. 等差数列前 n 项和的最值

(1)利用邻项变号法：

当 $a_1>0, d<0$ 时，S_n 有________值，使 S_n 取到最值的 n 可由不等式组$\begin{cases}a_n\geqslant 0,\\a_{n+1}\leqslant 0\end{cases}$确定；

当 $a_1<0, d>0$ 时，S_n 有________值，使 S_n 取到最值的 n 可由不等式组$\begin{cases}a_n\leqslant 0,\\a_{n+1}\geqslant 0\end{cases}$确定.

(2)利用二次函数的性质：

$S_n=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n$，若 $d\neq 0$，则从二次函数的角度看：当 $d>0$ 时，S_n 有________值；当 $d<0$ 时，S_n 有________值. 当 n 取最接近二次函数图象的对称轴的自然数时，S_n 取到最值.

【诊断分析】等差数列的前 n 项和都有最大值与最小值吗？

◆ 探究点一 等差数列前 n 项和的性质

例 1 [2024·江苏无锡高二期末] 记等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $S_4=6, S_8=21$，则 $S_{12}=$____________.

变式 设等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n, T_n，若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{n+3}{3n+15}$，则$\frac{a_{10}}{b_{10}}=$ ( )

A. $\frac{11}{36}$　　B. $\frac{23}{72}$

C. $\frac{7}{24}$　　D. $\frac{7}{23}$

[素养小结]

等差数列前 n 项和运算的三种思想方法：

(1)先利用已知条件求出首项和公差，再求所求，是基本解法，有时运算量大些.

(2)利用等差数列前 n 项和的性质，如果运用得当可以达到化繁为简、化难为易、事半功倍的效果.

(3)设而不求，整体代换也是很好的解题方法.

拓展 (1)一个等差数列的前 12 项的和为 354，前 12 项中偶数项的和与奇数项的和的比为 32∶27，求公差 d 的值.

(2)设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_4=11$，$S_{12}=9$，求 S_{20} 的值.

(3)已知数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$均为等差数列，数列$\{a_n\}$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n, T_n，且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n+2}{n+3}$，求$\frac{a_5}{b_5}$.

(4)已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_1=-2021$，$\frac{S_{2019}}{2019}-\frac{S_{2023}}{2023}=-4$，求 S_{2023}.

◆ 探究点二　等差数列前 n 项和的最值

例 2 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=25$,$S_{17}=S_9$,求前 n 项和 S_n 的最大值.

变式 [2024·河南开封高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $a_3-a_5=a_4=4$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 S_n 的最大值及取得最大值时 n 的值.

[素养小结]

求等差数列前 n 项和最值的常用思路:

(1)利用等差数列的单调性,求出其正、负转折项,便可求得和的最值;

(2)利用等差数列的性质求出其正、负转折项,便可求得和的最值;

(3)利用等差数列的前 n 项和 $S_n=An^2+Bn$(A,B 为常数)为关于 n 的二次函数,并结合二次函数的性质求最值.

◆ 探究点三　等差数列前 n 项和的实际应用

例 3 赵老师最近给自己制订了一个 180 千米的跑步健身计划,计划前面 5 天每天跑 4 千米,以后每天比前一天多跑 0.4 千米,则他要完成该计划至少需要 (　　)

A. 23 天　　B. 24 天

C. 25 天　　D. 26 天

变式 已知 8 月份有一新款服装投入某市场. 8 月 1 日该款服装仅售出 3 件,以后每天售出的该款服装都比前一天多 3 件,当 8 月某日销售量达到最大(只有 1 天)后,每天售出的该款服装都比前一天少 2 件,已知 8 月 31 日当天刚好售出 3 件.

(1)问 8 月几日该款服装销售最多?最多售出几件?

(2)按规律,当该市场销售此款服装达到 200 件时,社会上就开始流行,而日销售量连续下降并低于 20 件时,则不再流行. 问该款服装在社会上流行几天?

[素养小结]

应用等差数列知识解决实际问题的关键是分清是数列$\{a_n\}$的通项公式问题还是前 n 项和问题,然后再选择合适的公式求解.

§3　等比数列

3.1　等比数列的概念及其通项公式

第1课时　等比数列的概念及其通项公式

【学习目标】

理解等比数列的概念和通项公式的意义.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ **知识点一　等比数列的相关概念**

等比数列与公比:如果一个数列从________起,每一项与它的前一项的比值都是同一个常数,那么称这样的数列为________数列,称这个常数为等比数列的________,通常用字母 q 表示($q\neq0$).

以上定义用符号表示为 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$ 或 $a_{n+1}=qa_n$(q 为常数,$n\in\mathbf{N}^*$).等比数列的定义用符号语言表示,其本质是等比数列的递推公式.

【诊断分析】是否存在数列既是等差数列又是等比数列?如果存在,试举出实例;如果不存在,请说明理由.

◆ **知识点二　等比数列的通项公式**

1. 通项公式:若首项是 a_1,公比是 q,则等比数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为____________.

2. 等比数列的图象

在公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_n=a_1q^{n-1}$ 可改写成 $a_n=\frac{a_1}{q}q^n$,当 $q>0$ 且 $q\neq1$ 时,$y=q^x$ 是一个________函数,故此时等比数列 $\{a_n\}$ 的图象是函数 $y=\frac{a_1}{q}q^x$ 的图象上__________.

3. 等比数列的单调性:由指数函数的性质可知

当 $a_1>0,q>1$ 时,等比数列 $\{a_n\}$ 是递增数列;

当 $a_1<0,0<q<1$ 时,等比数列 $\{a_n\}$ 是递增数列;

当 $a_1>0,0<q<1$ 时,等比数列 $\{a_n\}$ 是递减数列;

当 $a_1<0,q>1$ 时,等比数列 $\{a_n\}$ 是递减数列;

当 $q<0$ 时,等比数列 $\{a_n\}$ 是摆动数列;

当 $q=1$ 时,等比数列 $\{a_n\}$ 是常数列.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,$a_1=2,a_5=8$,则 $a_3=\pm4$.　(　　)

(2)在等比数列 $\{a_n\}$ 中,如果公比为 q,且 $q<1$,那么等比数列 $\{a_n\}$ 是递减数列.　(　　)

(3)若 $\{a_n\}$ 为等比数列,则 $\{2^{a_n}\}$ 为等比数列.　(　　)

课中探究　考点探究　素养小结

◆ **探究点一　等比数列的概念**

例1(多选题)下列各数列一定是等比数列的是　(　　)

A. $-1,2,-4,8$

B. $1,2,3,4$

C. $x-1,x-1,x-1,x-1$

D. $\frac{1}{a},\frac{1}{a^2},\frac{1}{a^3},\frac{1}{a^4}(a\neq0)$

变式 下列数列一定是等比数列的是　(　　)

A. 数列 $1,2,6,18,\cdots$

B. 在数列 $\{a_n\}$ 中,$\frac{a_2}{a_1}=2,\frac{a_3}{a_2}=2$

C. 常数列 $a,a,\cdots,a,\cdots$

D. 在数列 $\{a_n\}$ 中,$\frac{a_{n-1}}{a_n}=q(q\neq0,n>1)$

[素养小结]

对于等比数列的概念题,一定要紧扣它的定义来处理.

◆ 探究点二　等比数列的通项公式

例 2　已知等比数列$\{a_n\}$的公比为q.

(1)若$a_1=1,a_4=8$,求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$a_n=625,n=4,q=5$,求a_1;

(3)若$a_2+a_5=18,a_3+a_6=9,a_n=1$,求$n$.

变式　已知递增等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数,且$a_1a_2a_6=64,a_1+a_3+a_5=21$,则$a_n=$　　(　　)

A. 2^{n+1}　　B. 2^{n-1}

C. $3\times2^{n-1}$　　D. $2\times3^{n-1}$

[素养小结]

等比数列的通项公式涉及a_1,a_n,n,q四个量,只要知道其中任意三个就能求出另外一个,在这四个量中,a_1和q是等比数列的基本量,只要求出这两个基本量,问题便迎刃而解.

例 3　已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$的公比为q,则"$q>1$"是"$\{a_n\}$为递增数列"的　　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

变式　(1)(多选题)已知等比数列$\{a_n\}$为递减数列,则下列说法正确的是　　(　　)

A. 当$a_1>0$时,$0<q<1$

B. 当$a_1>0$时,$q<0$

C. 当$a_1<0$时,$q>1$

D. $\dfrac{a_n}{a_{n+1}}<1$

(2)设数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列,则"$0<q<1$"是"$\{a_n\}$为递减数列"的　　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

◆ 探究点三　等比数列的证明

例 4　[2024·山东泰安一中高二期末]已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,na_{n+1}=2(n+1)a_n$,试证明数列$\left\{\dfrac{a_n}{n}\right\}$是等比数列,并求$\{a_n\}$的通项公式.

变式　已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_n+S_n=n$.

(1)设$c_n=a_n-1$,求证:数列$\{c_n\}$是等比数列;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

[素养小结]

证明等比数列的常用方法:定义法、通项公式法、构造法.

在条件中出现$a_{n+1}=ka_n+b(k\neq0,b\neq0,k\neq1)$关系时,往往构造新数列,方法是把$a_{n+1}+x=k(a_n+x)$与$a_{n+1}=ka_n+b$对照,求出$x$即可.

拓展　已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足:$a_1=\lambda,a_{n+1}=\dfrac{2}{3}a_n+n-4,b_n=(-1)^n(a_n-3n+21)$,其中$\lambda$为实数,$n$为正整数.

(1)证明:对于任意实数λ,数列$\{a_n\}$不是等比数列;

(2)试判断数列$\{b_n\}$是否可以为等比数列,并证明你的结论.

第2课时　等比数列的性质及实际应用

【学习目标】

体会等比数列与指数函数的关系.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　等比中项

如果在a与b之间插入一个数G,使得a,G,b成等比数列,那么根据等比数列的定义,$\frac{G}{a}=\frac{b}{G}$,$G^2=ab$,$G=\pm\sqrt{ab}$.我们称G为a,b的________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)任意两个非零常数a,b都有等比中项.　(　　)

(2)"$G^2=ab$"是"a,G,b成等比数列"的充要条件.　(　　)

◆ 知识点二　等比数列的性质

1. 等比数列任意两项间的关系:在等比数列$\{a_n\}$中,$a_n=$________.

2. 在等比数列$\{a_n\}$中,若$m+n=p+s(m,n,p,s\in\mathbf{N}^*)$,则______________.特别地,若$m+n=2p$,则________.

3. (1)在公比为q的等比数列$\{a_n\}$中,$a_m,a_{m+k},a_{m+2k},\cdots,a_{m+(n-1)k},\cdots$仍成等比数列,公比为________;

(2)若数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列,则数列$\{ka_n\}(k\neq0)$也是等比数列,公比为________;

(3)若数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列,则数列$\{a_n^2\}$也是等比数列,公比为________;

(4)若数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$是项数相同的等比数列,则$\{a_n\cdot b_n\}$是________数列,$\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$是________数列.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)若数列$\{a_n\}$是等比数列,则$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$是等比数列.　(　　)

(2)若数列$\{a_n\}$是公比为q的等比数列,则$\{a_n\cdot a_{n+1}\}$仍是等比数列,且公比为$2q$.　(　　)

(3)已知等比数列$\{a_n\}$,取其奇数项组成一个新数列,则此数列是等比数列.　(　　)

(4)若数列$\{a_n\}$是等比数列,则$\{a_n+a_{n+1}\}$一定是等比数列.　(　　)

(5)若$\{a_n\}$为等比数列,且$m+n=p(m,n,p\in\mathbf{N}^*)$,则$a_m\cdot a_n=a_p$.　(　　)

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　等比中项

例1 在等比数列$\{a_n\}$中,若a_2,a_4的等比中项为1,a_6,a_8的等比中项为4,则$a_5=$　(　　)

A. -2　　B. 2

C. ±2　　D. $\pm\frac{1}{2}$

变式 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_4=9$,且a_2,a_4,a_{10}构成等比数列,则$\{a_n\}$的公差d等于________.

[素养小结]

(1)由等比中项的定义可知$\frac{G}{a}=\frac{b}{G}\Rightarrow G^2=ab\Rightarrow G=\pm\sqrt{ab}$,所以只有当$a,b$同号时,$a,b$的等比中项有两个,当$a,b$异号时,$a,b$没有等比中项.

(2)在一个等比数列中,从第二项起,每一项(有穷等比数列的末项除外)都是它的前一项和后一项的等比中项.

(3)a,G,b成等比数列等价于$G^2=ab(ab>0)$.

◆ 探究点二　等比数列的性质

例2 (1)[2024·湖南郴州高二期末]已知等比数列$\{a_n\}$中,a_2,a_3是方程$x^2-6x+8=0$的两根,求$a_1a_2a_3a_4$的值.

(2)在等比数列$\{a_n\}$中,$a_n>0$,若$a_3\cdot a_5=4$,求$a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$.

变式 已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数,且$a_3a_7=81$,则$\log_3a_1+\log_3a_5+\log_3a_9=$ ( )

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

[素养小结]

(1)应用等比数列的性质可以简化运算,当性质不能应用时,可以通过基本量法求解.

(2)等比数列中的设元技巧:当三个数成等比数列时,可设为$\frac{a}{q}$,a,aq;当四个数成公比为正数的等比数列时,可设为$\frac{a}{q^3}$,$\frac{a}{q}$,aq,aq^3.

拓展 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中,$a_1a_5+2a_4a_6+a_5a_9=8$,则$a_3+a_7=$ ( )

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 4 D. $2\sqrt{2}$

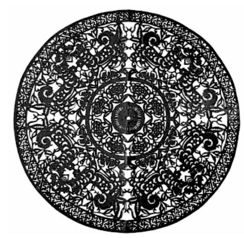
◆ 探究点三 等比数列的实际应用

例3 某人买了一辆价值为13.5万元的新车,专家预测这种车每年按10%的速度贬值.

(1)用一个式子表示第$n(n\in\mathbf{N}^*)$年这辆车的价值;

(2)如果他打算用满4年时卖掉这辆车,他大概能得到多少钱?($0.9^4\approx0.66$,结果保留一位小数)

变式 (1)在我国古代春节期间,"剪窗花,贴对联"几乎是每家每户都会进行的迎新活动,而窗花(俗称剪纸)蕴含着辞旧迎新、接福纳祥的美好寓意.如图是一幅剪纸作品.一位艺术家把一张厚度为0.012 5 cm的纸对折了三次,开始了该作品的创作,若不计纸与纸之间的间隙,则对折后的半成品的厚度是________mm.



(2)某养猪场2021年年初猪的存栏数(饲养头数)为1500,预计以后每年存栏数的增长率为8%,且在每年年底卖出100头,则2036年年初猪的存栏数约为(参考数据:$1.08^{14}\approx2.9$,$1.08^{15}\approx3.2$,$1.08^{16}\approx3.4$) ( )

A. 2050 B. 2150

C. 2250 D. 2350

[素养小结]

解决等比数列实际应用问题的关键是:建立数学模型,即将实际问题转化成等比数列的问题,解数学模型即解等比数列问题.

3.2 等比数列的前n项和

第1课时 等比数列的前n项和

【学习目标】

1. 探索并掌握等比数列的前n项和公式.
2. 理解等比数列的通项公式与前n项和公式的关系.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ 知识点 等比数列的前n项和

1. 等比数列$\{a_n\}$的前n项和公式

设等比数列$\{a_n\}$的公比为$q(q\neq0)$,其前n项和为S_n,则当$q=1$时,$S_n=$________;当$q\neq1$时,$S_n=$________$=$________.

2. 当$q\neq1$时,两个公式的关系:把$a_1q^{n-1}=a_n$代入$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$中,就可以得到$S_n=\frac{a_1-a_nq}{1-q}$.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=4^n+a$,则a的值为1. ( )

(2)若数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3^n+k$(k为常数),则数列$\{a_n\}$不可能是等比数列. ( )

(3)$1+x+x^2+\cdots+x^n=\frac{1-x^n}{1-x}$. ( )

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 等比数列的前n项和的基本运算

例1 在等比数列$\{a_n\}$中,公比为q,前n项和为S_n.

(1)若$a_1=1,a_5=16$,且$q>0$,求S_7;

(2)若$S_n=189,q=2,a_n=96$,求a_1和n.

变式 (1)设数列$\{a_n\}$为等比数列,若$a_2+a_3+a_4=2,a_3+a_4+a_5=4$,则数列$\{a_n\}$的前6项和为 ( )

A. 18 B. 16 C. 9 D. 7

(2)已知数列$\{a_n\}$为等比数列,其前n项和为S_n,前三项和为13,前三项积为27,则$S_5=$________.

[素养小结]

等比数列前n项和的运算注意事项:

(1)基本量的计算常列方程组求解,一般用约分或两式相除的方法进行消元,有时会用到整体代换,如q^n,$\frac{a_1}{1-q}$都可看作一个整体.

(2)若公比q不确定,则要判断$q=1$还是$q\neq1$,若两种情况都有可能,则要分类讨论.

◆ 探究点二 等比数列前n项和的实际应用

例2 某公司从2020年年初起生产某种高科技产品,初始投入资金为1000万元,到年底资金增长50%.预计以后每年资金增长率与第一年相同,但每年年底公司要扣除消费资金x万元,余下资金再投入下一年的生产.设第n年年底扣除消费资金后的剩余资金为a_n万元(2020年为第1年).

(1)用x表示a_1,a_2,并写出a_{n+1}与a_n的关系式;

(2)若该公司希望5年后企业剩余资金达3000万元,试确定每年年底扣除的消费资金x的值(精确到万元).

变式 有一个人进行徒步旅行,他6天共走了189千米,第一天健步行走,从第二天起因脚痛每天走的路程为前一天的一半.则此人第4天和第7天共走了________千米.

[素养小结]

求解数列应用题的具体方法步骤:

(1)确认是等差数列问题、等比数列问题,还是含有递推关系的数列问题,是求a_n,还是求S_n,特别要注意准确弄清项数是多少.

(2)抓住数量关系,将文字语言翻译成数学语言,将数量关系用数学式子表达,将实际问题抽象为数学问题.

(3)求解数学问题,检验所得结果,并将符合要求的结果转化为实际问题的结论.